

## Funkcje i ich właściwości - zadania

1. Wyznacz dziedzinę funkcji

(a)  $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$

(b)  $f(x) = \frac{3x-6}{x^2-1}$

(c)  $f(x) = \sqrt{2x+8}$

(d)  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x-2}}$

(e)  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

2. Wyznacz zbiór wartości funkcji

(a)  $f(x) = \frac{1}{2}x - 6$  i  $0 \leq x < 9$

(b)  $f(x) = x^4 - 4$  i  $x \in \mathbb{N}$  i  $x < 10$

(c)  $f(x) = |2x - 4|$  i  $x \in (0; 9)$

(d)  $f(x) = \frac{1}{x+4}$  i  $x \in \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$

3. Sporządź wykres funkcji

(a)  $f(x) = 2x - 3$  i  $x \in (-2; 4)$

(b)  $f(x) = 3x - 1$  i  $x \in \mathbb{N}$

(c)  $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{dla } x \in (-2; 1) \\ x - 3 & \text{dla } x \in (1; 4) \end{cases}$

(d)  $f(x) = 2x - 5$  i  $x \in \mathbb{R}_+$

4. Wyznacz miejsca zerowe funkcji

(a)  $f(x) = 81 - x^2$

(b)  $f(x) = \frac{2x-5}{x^2-5}$

(c)  $f(x) = \sqrt{x^2 + x - 6}$

(d)  $f(x) = (x + 1)^2 - 4$

5. Jak z wykresu funkcji  $f(x) = x^2$  można otrzymać wykres funkcji

(a)  $f(x) = x^2 + 3$ ,  $f(x) = x^2 - 4$

(b)  $f(x) = (x + 1)^2$ ,  $f(x) = (x - 3)^2$

(c)  $f(x) = -(x + 1)^2 + 3$ ,  $f(x) = (x - 2)^2 - 1$

6. Które z podanych funkcji są parzyste (nieparzyste)?

(a)  $f(x) = 2x^2$ ,  $f(x) = 2x^2 - 4$

(b)  $f(x) = x^3$ ,  $f(x) = x^3 - 8$

(c)  $f(x) = x^2 + x^4$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{1-x^2}$

7. Znajdź funkcję odwrotną (o ile istnieje) do podanej

(a)  $f(x) = 2x^2 + 5$ ,  $f(x) = -\frac{3}{4}x - 3$

(b)  $f(x) = x^2 + 3$  dla  $x \geq 0$

(c)  $f(x) = \sqrt{x-1}$  dla  $x \geq 1$

8. Dla funkcji  $g(x) = f^{-1}(x) = 5x^3 - 6$  gdzie  $f(x) = \sqrt[3]{(x+6)/5}$  sprawdź równość  $f(g(x)) = x$  oraz  $g(f(x)) = x$ .
9. Dla funkcji  $f(x) = \frac{2x-1}{x+4}$  wyznacz funkcję odwrotną  $f^{-1}(x)$  a następnie znajdź postać funkcji złożonej  $h(x) = f(f^{-1}(x))$ .
10. Wykaż, że funkcje  $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$  oraz  $g(x) = \frac{3x+2}{x-1}$  są wzajemnie odwrotne.
11. Dane są funkcje  $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$  oraz  $g(x) = x^2 + 3x^3$ . Znajdź funkcję  $h(x)$  będącą złożeniem  $f \circ g = f(g(x))$  oraz  $g \circ f = g(f(x))$ .
12. Dane są funkcje  $f(x) = \sqrt{5x-2}$  oraz  $g(x) = 3x^2$ . Znajdź funkcję  $h(x)$  będącą złożeniem  $f \circ g(x) = f(g(x))$  oraz  $g \circ f(x) = g(f(x))$ .
13. Dane są funkcje  $f(x) = \frac{1}{1+x}$  oraz  $g(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ . Znajdź funkcję  $h(x)$  będącą złożeniem  $f \circ g = f(g(x))$  oraz  $g \circ f = g(f(x))$ .
14. Dana jest funkcja określona wzorem A)  $f(x) = -2x^2 - 1$ , B)  $f(x) = |x - 3|$ . Znajdź wzór funkcji, której wykres jest symetryczny względem
- (a) osi  $x$
  - (b) osi  $y$
  - (c) początku układu współrzędnych
15. Prędkość rozchodzenia się fali dźwiękowej w powietrzu wynosi ok.  $340 \text{ m/s}$ . Czas jaki upłynął od błysku w czasie burzy do grzmotu wyniósł  $14\text{s}$ . W jakiej odległości od miejsca pomiaru uderzył piorun.
16. Średnie zużycie benzyny w czasie jazdy samochodem marki Fiat 125p przy pedkości  $60 \text{ km/h}$  wynosi  $8,5\text{l}$ , natomiast przy prędkości  $120 \text{ km/h}$  -  $14\text{l}$ . Znajdź odległość jaką można pokonać tym pojazdem jeżeli pojemność baku w tym samochodzie wynosi  $45\text{l}$ .